

# Soluciones Tema 11 LÍMITES DE FUNCIONES. CONTINUIDAD.

Pág. 275 1) a)  $x = 3$ , asíntota vertical b)  $x = 0$ , evitable c)  $x = 0$ , asíntota vertical  
 d)  $x = 4$ , salto

2) a)  $\mathbb{R}$  b)  $(-\infty, 5]$  c)  $\mathbb{R}$  d)  $[0, 5)$

Pág. 278 1) a)  $-\frac{3}{2}$  b) 0 2) a)  $\sqrt{3}$  b) -1

Pág. 279 3)  $k = -14$

Pág. 281 4) a)  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty \\ \nexists \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \end{cases}, \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \\ \nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \end{cases}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0, \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty \\ \nexists \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \end{cases}$

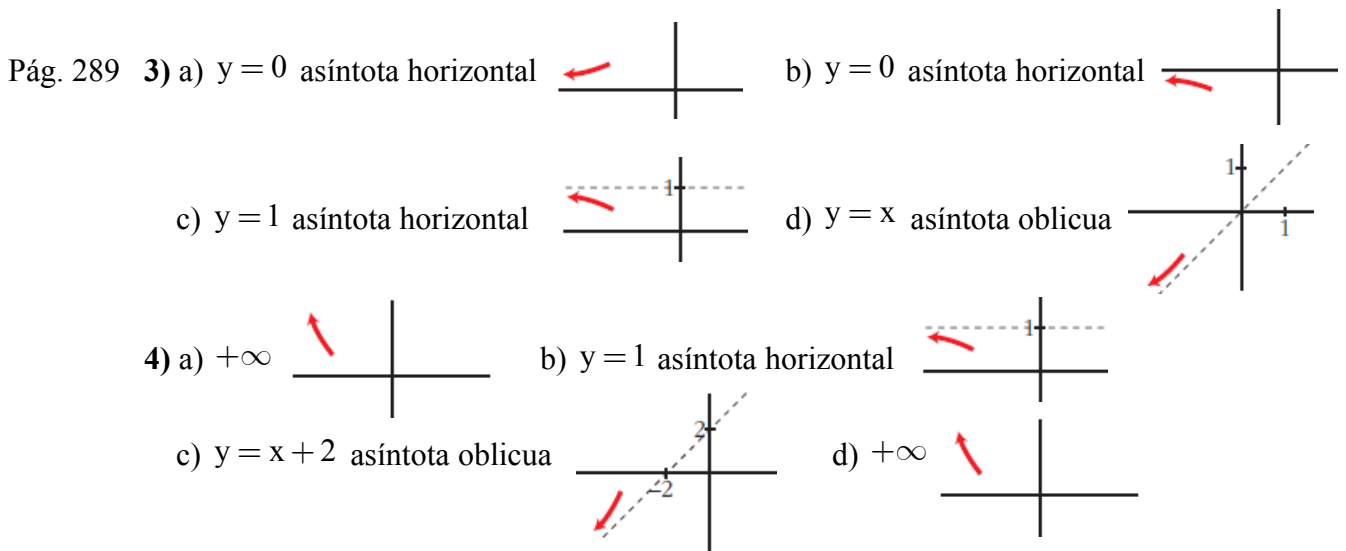
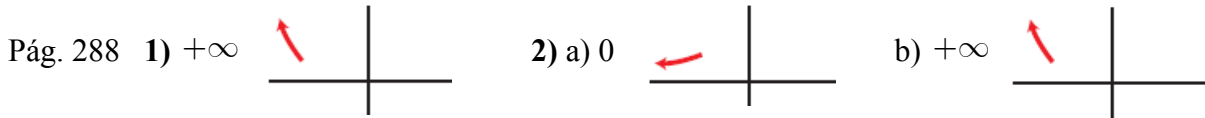
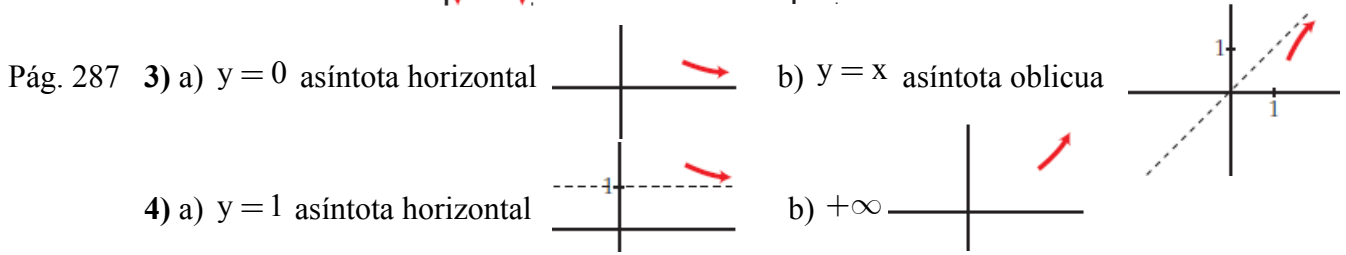
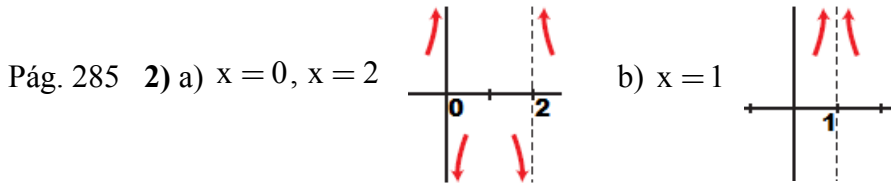
d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty \\ \nexists \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \end{cases}$

Pág. 282  $-\infty; -3; +\infty; \nexists$

Pág. 283 1) a)  $-\infty$  b)  $+\infty$  c)  $-\infty$  d) 0 e) 0 f)  $-\infty$  2)  $x = 1000$  3)  $x = 1000$

Pág. 284 4) a) 0 b) 0 c) 0 d)  $+\infty$    
 5) a)  $-\infty$  b) 0 c)  $+\infty$  d) -1

Pág. 285 1) a)  $x = -1$  b)  $x = -1$



Pág. 295 1) a) La a b) b: asíntota vertical en  $x = 1$ , c: asíntota vertical en  $x = 0$ , d: salto en  $x = 2$   
 e: punto desplazado en  $x = 1$ , f: no está definida en  $x = 2$

2) a) Continua b) 2 c)  $-\frac{1}{2}$  d) Continua e) 0 y 5 f) Continua

3) a) No es continua ni en  $x = 0$  ni en  $x = -2$  b) Sí es continua en  $x = 0$ , no en  $x = -2$   
 c) No es continua en  $x = 0$ , sí en  $x = -2$  d) Es continua en  $x = 0$  y en  $x = -2$

4) a)  $\mathbb{R}$  b)  $[3, +\infty)$  c)  $\mathbb{R} - \{0\}$  d)  $(-\infty, 0]$  e)  $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$  f)  $\mathbb{R}$

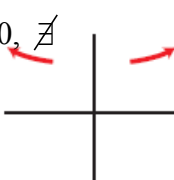
5) a) Continua b) Discontinua c) Discontinua 6) Sí 7) a) No b) Sí c) No


Pág. 296 8)  $\lim_{x \rightarrow -2} f_1(x) = +\infty$ ,  $\nexists \lim_{x \rightarrow -2} f_2(x)$

9) a)  $+\infty$  b)  $-\infty$  c) 2 d) 0 e) 0 f) 3 g)  $+\infty$  h) 0

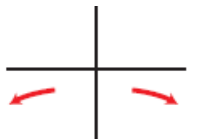
10) a) 5 b) 0 c)  $-2$  d)  $\sqrt{2}$  e) 2 f) 2 g) 1 h)  $e^2$

11) a) 5 b) 4 c) 1 12) a)  $-2$  b) 3 c) 0 d)  $-\frac{7}{4}$

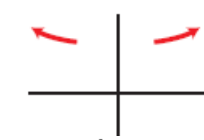
13) a) 2 b)  $-3$  c)  $-\frac{1}{4}$  d) 3 e)  $-\frac{1}{2}$  f) 2 14)  $\frac{3}{4}, 0, \nexists$  

Pág. 296 15 y 16) a)  $-\infty$  y  $+\infty$   b)  $+\infty$  y  $+\infty$  

c)  $-\infty y - \infty$



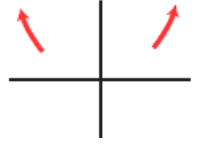
d)  $+\infty y + \infty$



18) a)  $+\infty y - \infty$



b)  $+\infty y + \infty$



c)  $-\infty y + \infty$



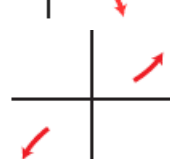
d)  $-\infty y - \infty$



Pág. 297 19 y 20) a)  $0 y 0$



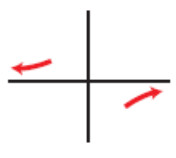
b)  $+\infty y - \infty$



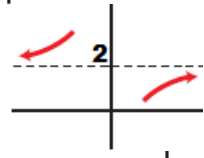
c)  $0 y 0$



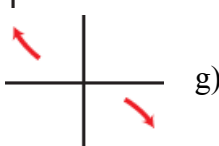
d)  $0 y 0$



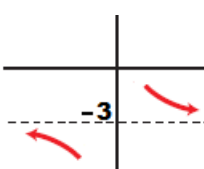
e)  $2 y 2$



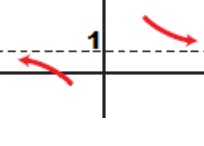
f)  $-\infty y + \infty$



g)  $-3 y -3$

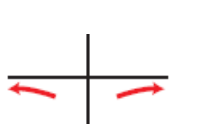


h)  $1 y 1$



21) a) 3 b)  $-\infty$  c) 0 d)  $+\infty$

22) a)  $0 y 0$



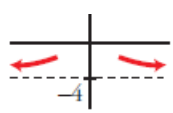
b)  $-\infty y + \infty$



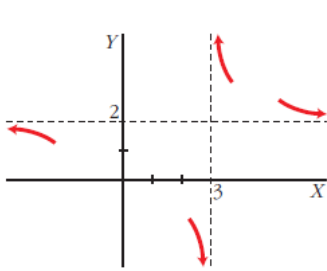
c)  $+\infty y - \infty$



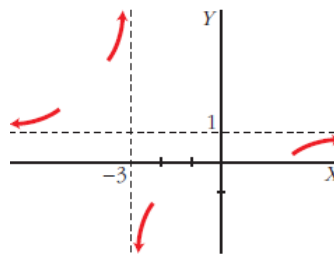
d)  $-4 y -4$



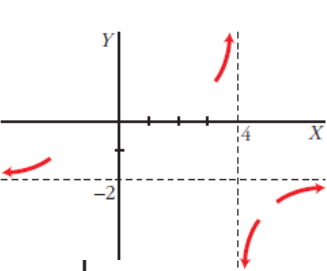
23) a)  $x = 3, y = 2$



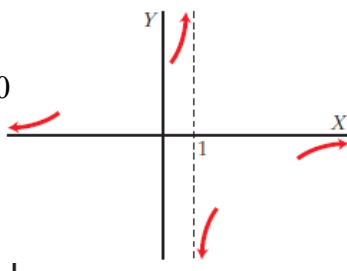
b)  $x = -3, y = 1$



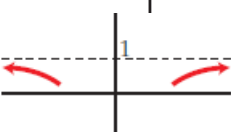
c)  $x = 4, y = -2$



d)  $x = 1, y = 0$



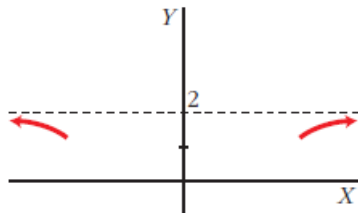
Pág. 297 24) a)  $y = 1$



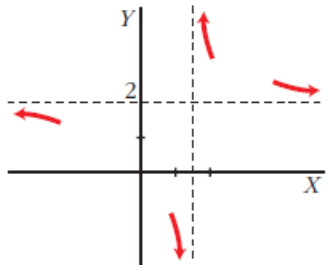
b)  $y = 0$



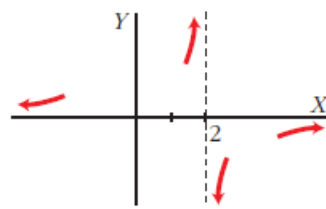
c)  $x = 0$   
 $y = 2$



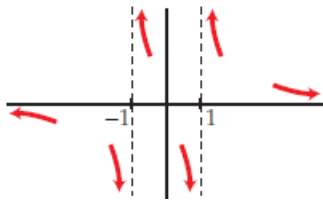
25) a)  $x = \frac{3}{2}$   
 $y = 2$



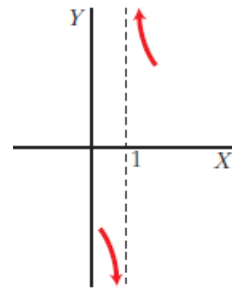
c)  $x = 2$   
 $y = 0$



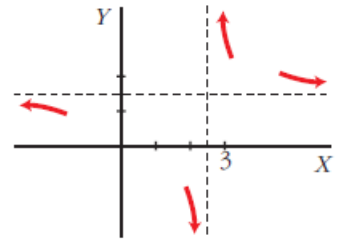
e)  $x = 1, x = -1$   
 $y = 0$



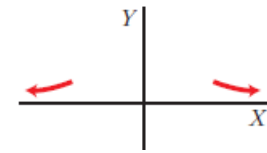
d)  $x = 1$



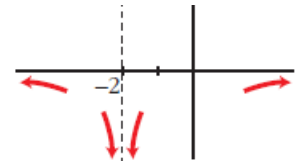
b)  $x = \frac{5}{2}$   
 $y = \frac{3}{2}$



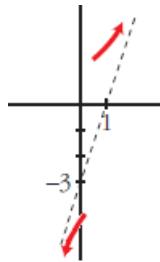
d)  $y = 0$



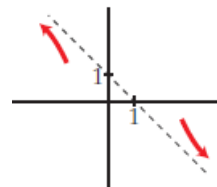
f)  $x = -2$   
 $y = 0$



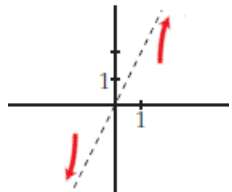
26) a)  $y = 3x - 3$



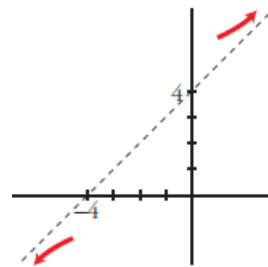
b)  $y = -x + 1$



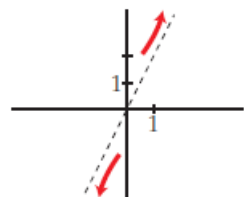
c)  $y = 2x$



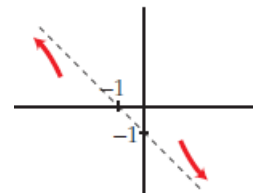
d)  $y = x + 4$



e)  $y = 2x$



f)  $y = -x - 1$



Pág. 297 27) a)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

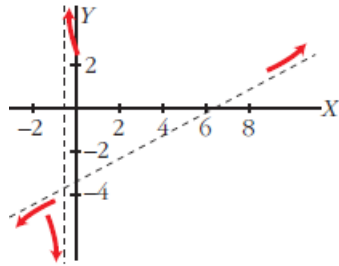
c)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow -2} f(x), \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$

28) a)

$$x = -\frac{1}{2}$$

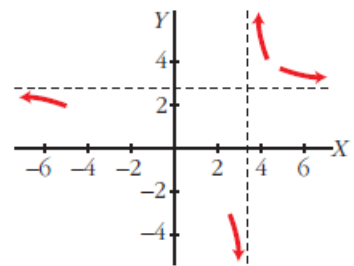
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{13}{4}$$



b)

$$x = \frac{7}{2}$$

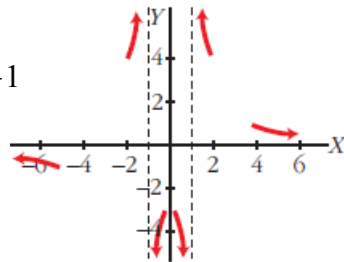
$$y = \frac{5}{2}$$



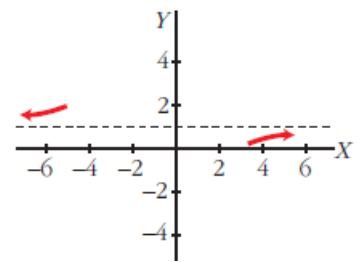
c)

$$x = 1, x = -1$$

$$y = 0$$



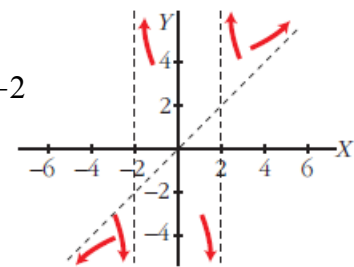
d)  $y = 1$



e)

$$x = 2, x = -2$$

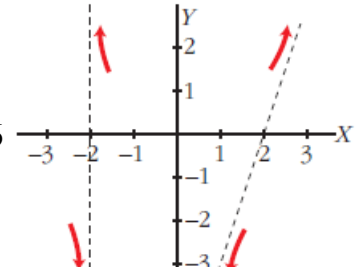
$$y = x$$



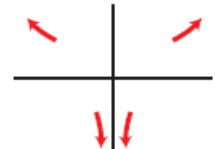
f)

$$x = -2$$

$$y = 3x - 6$$

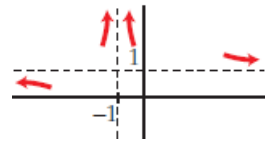


29) a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ , asíntota vertical  $x = 0$



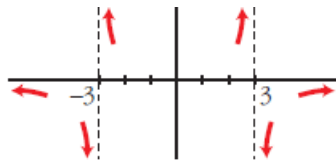
b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ , asíntota horizontal  $y = 1$

asíntota vertical  $x = -1$

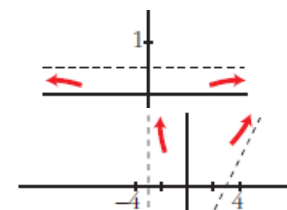


c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ , asíntota horizontal  $y = 0$

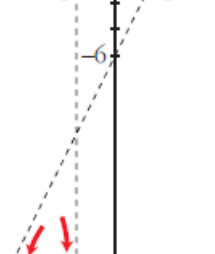
asíntotas verticales  $x = -3, x = 3$



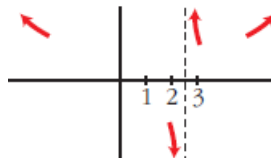
d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ , asíntota horizontal  $y = \frac{1}{2}$



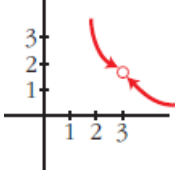
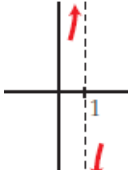
Pág. 297 29) e) asíntota oblicua  $y = 2x - 6$ , asíntota vertical  $x = -3$





f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$   
 asíntota vertical  $x = \frac{5}{2}$

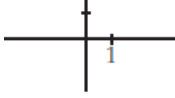



Pág. 298 30) asíntota vertical  $x = 0$ , asíntota horizontal  $y = 1$

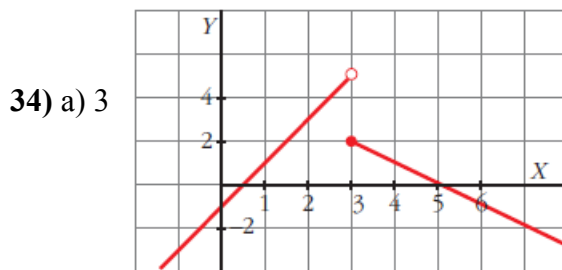
31) a)  b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  

32) a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  

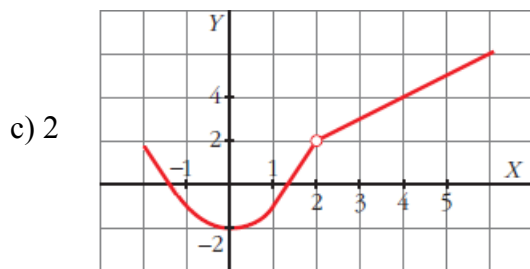
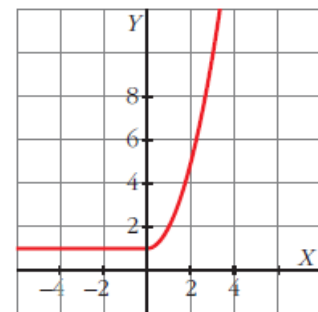
b)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  

c) 4  d)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  

- 33) a)  $x = 1, x = -1, y = x$  b)  $x = 0$  c)  $y = 2$  d)  $x = 1, x = -1, y = 0$   
 e)  $x = 5, y = x$  f)  $x = 0, y = x + 1$



b) Continua



35) a)  $-7, 1, 7$  y  $0, 26, 5$  b)  $-\infty, +\infty, +\infty$  y  $-\infty, 1, +\infty$

36) a)  $+\infty$  y  $0$  b)  $0$  y  $+\infty$  c)  $+\infty$  y  $1$  d)  $0$  y  $+\infty$

37) a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

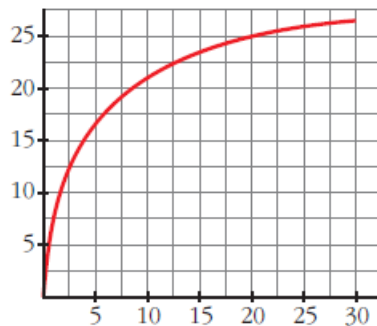
c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

38) a)  $k = 2$    b)  $k = \frac{1}{2}$    c)  $k = 1$

39) a) Continua en  $\mathbb{R}$    b) Continua en  $\mathbb{R}$    c) Discontinua en el 0

40) a)  $a = 2$    b)  $a = 2$

41) a) 6 y  $21^4$    b)



c) Se aproxima a 30

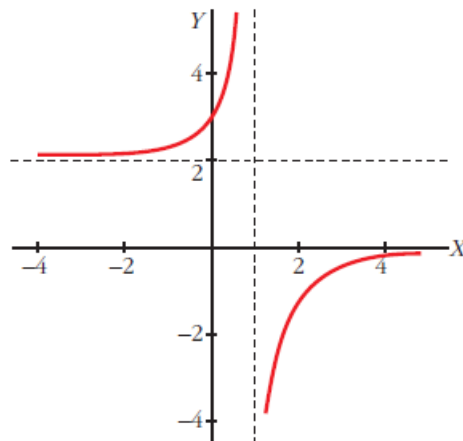
Pág. 299 42) Sí se puede calcular, pero no puede ser continua

43) Sí puede tener más de dos asíntotas verticales. Puede tener dos asíntotas horizontales, una cuando  $x \rightarrow +\infty$  y otra cuando  $x \rightarrow -\infty$ , pero no puede tener más de dos

44) No

45) No, debe ser  $f(2) = 5$

46)



Es discontinua en el 1

47) a) 1   b) 0   c) -1   d) 3

48)  $x > 335$

49) a)  $-\infty$    b)  $+\infty$    c) 0   d)  $+\infty$

50) a)  $x = 3, +\infty$    b)  $x = -2, +\infty$

**Autoevaluación: 1)**  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -5$ , continua en el 0

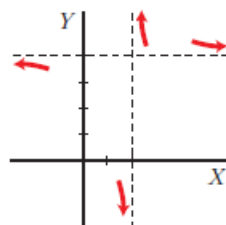
$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -1, \nexists \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ , discontinua en el 3

$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 13$ , continua en el 5

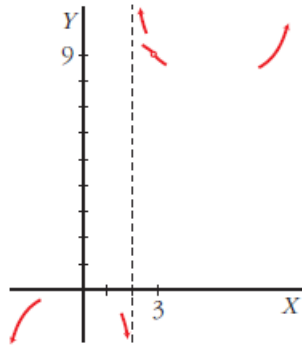
2) a)  $\frac{1}{2}$    b)  $\frac{1}{3}$    c)  $+\infty$

3) a)  $\nexists, 1, 0, +\infty$    b) 0,  $\nexists, -\infty, 3$

4)  $x = 0, y = 4$

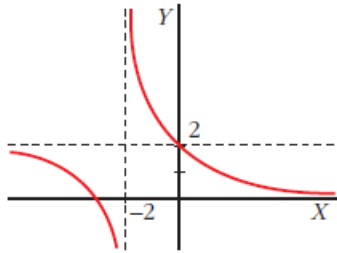


5)  $a = 2$



6)  $9, \mathbb{R}, +\infty, -\infty$

7)



8) Asíntota oblicua  $y = 2x$

