

1. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{x (\ln x)^2}{(x-1)^2}$

b)  $g(x) = \ln \left( \frac{x+2}{x^2} \right)$

c)  $h(x) = \sqrt[4]{x^2 + 2x}$

d)  $i(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

e)  $j(x) = \frac{x}{1+|x|}$

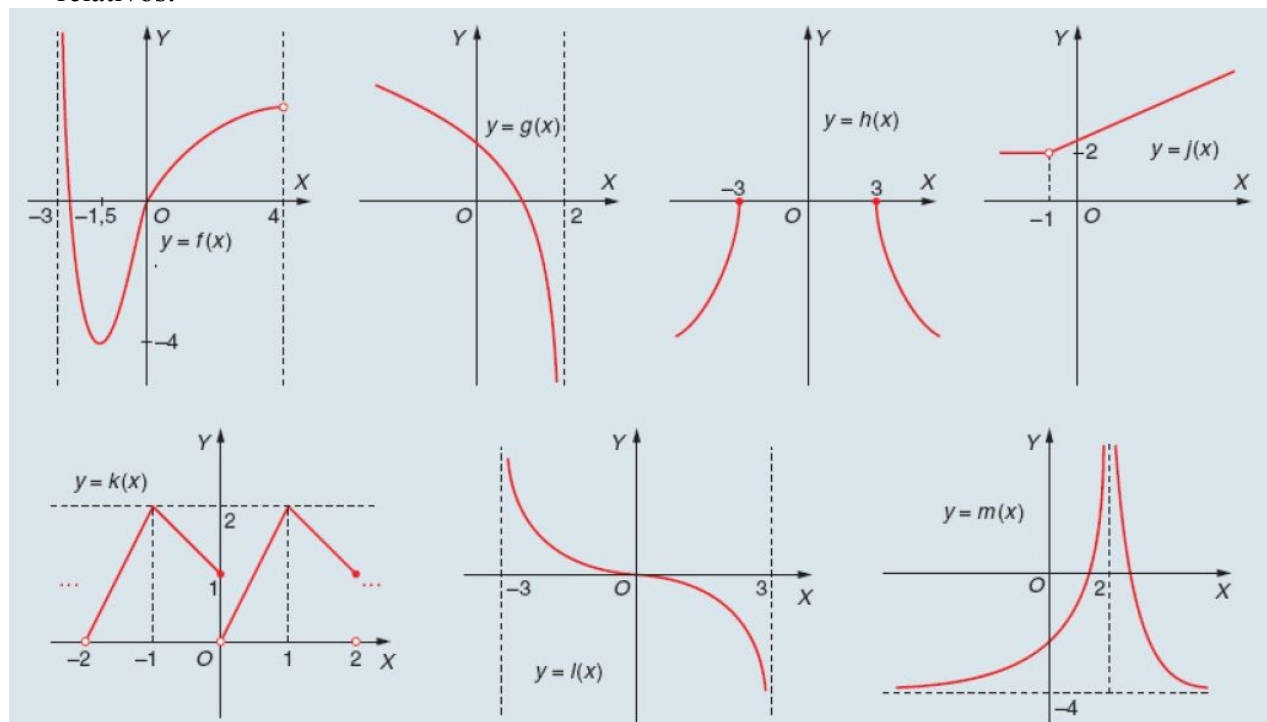
f)  $k(x) = e^{\frac{1}{x-2}}$

g)  $l(x) = \text{sen}(x^2 - 1)$

h)  $m(x) = \text{tg}(2x - 5)$

i)  $n(x) = \text{arc sen}(x^2 - 1)$

2. Para las siguientes funciones calcula el dominio, el conjunto imagen y los extremos absolutos y relativos:



3. Comprueba, con las funciones  $f(x) = \frac{2x-3}{4}$  y  $g(x) = 3x-5$ , que  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

4. Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{1-x}{2x+1}$   $g(x) = \sqrt{x+3}$  y  $h(x) = e^{x-1}$ , calcula:

a) Su dominio y su conjunto imagen      b)  $f \circ g$       c)  $f \circ f$       d)  $f \circ g \circ h$

e)  $f^{-1}$       f)  $g^{-1}$       g)  $h^{-1}$

5. Si  $f(x) = \ln \left[ \frac{1-x}{1+x} \right]$ , demuestra que  $f(a) + f(b) = f \left( \frac{a+b}{1+ab} \right)$

6. Si  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ , calcula  $f(x)$ .

7. Escribe como funciones definidas a trozos:

a)  $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x}$

b)  $g(x) = |x - |2x-1||$

c)  $h(x) = \frac{|3x-2|}{x}$



**Soluciones:**

1. a)  $(0,1) \cup (1,+\infty)$     b)  $(-2,0) \cup (0,+\infty)$     c)  $(-\infty,-2] \cup [0,+\infty)$   
 d)  $(-\infty,-1) \cup [2,+\infty)$     e) y g)  $\mathbb{R}$     f)  $\mathbb{R} - \{2\}$

2. a)  $D(f) = (-3,4)$   $\text{Im}(f) = [-4,+\infty)$ . Mínimo absoluto -4 en  $x = -1,5$   
 b)  $D(g) = (-\infty,2)$ ,  $\text{Im}(g) = \mathbb{R}$ . No acotada ni inferior ni superiormente.  
 c)  $D(h) = (-\infty,-3] \cup [3,+\infty)$   $\text{Im}(h) = (-\infty,0]$ . Máximo absoluto en  $x = -3$  y  $x = 3$   
 d)  $D(j) = \mathbb{R} - \{-1\}$   $\text{Im}(j) = [2,+\infty)$ . Mínimo absoluto 2  
 e)  $D(k) = \mathbb{R}$   $\text{Im}(k) = (0,2]$ . Máximo 2 en  $x = 1 + 2k \quad \forall k \in \mathbb{Z}$   
 f)  $D(l) = (-3,3)$   $\text{Im}(l) = \mathbb{R}$ . No acotada  
 g)  $D(m) = \mathbb{R} - \{2\}$   $\text{Im}(m) = (-4,+\infty)$ . Extremo inferior -4, no hay mínimo.

3.  $f^{-1}(x) = \frac{4x+3}{2}$ ,  $g^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$ ,  $(g \circ f)^{-1}(x) = f^{-1} \circ g^{-1}(x) = \frac{4x+29}{6}$

4.  $D(f) = \text{Im}(f) = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ ,  $D(g) = [-3,+\infty)$ ,  $\text{Im}(g) = [0,+\infty)$ ,  $D(h) = \mathbb{R}$ ,  $\text{Im}(h) = (0,+\infty)$

b)  $(f \circ g)(x) = \frac{1 - \sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3} + 1}$     c)  $(f \circ f)(x) = x$

d)  $(f \circ g \circ h)(x) = \frac{1 - \sqrt{e^{x-1} + 3}}{2\sqrt{e^{x-1} + 3} + 1}$     e)  $f^{-1}(x) = f(x)$

f)  $g^{-1}(x) = x^2 - 3, \forall x \in [0,+\infty)$     g)  $h^{-1}(x) = \ln x - 1$

6.  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  (cambio de variable  $t = x + 1$ )

7. a)  $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 0 \\ x+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b)  $g(x) = \begin{cases} -3x+1 & \text{si } x < \frac{1}{3} \\ 3x-1 & \text{si } \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -x+1 & \text{si } \frac{1}{2} < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

c)  $h(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - 3 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ 3 - \frac{2}{x} & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$

