2º BCN Problemas de máximos y mínimos

1. Escribe un ejemplo de una función que en $x_o = 1$
   a) Tenga un extremo relativo y sea derivable en el punto.
   b) Tenga un extremo relativo y no sea derivable en el punto.
   c) Tenga la derivada cero en el punto y no tenga extremo relativo.
   d) Tenga un extremo relativo y no sea continua en ese punto.

2. El número de visitantes de un museo se obtiene por $f(t) = \dfrac{300t}{t^3 + 2}$, siendo t las horas desde la apertura. ¿Cuándo recibe el mayor número de visitantes?

3. Halla el valor de x que minimiza la función $f(x) = (a - x)^2 + (b - x)^2 + (c - x)^2 \quad a, b, c \in \Re$

4. Un alambre de 1 m. se divide en dos trozos, con los que se construyen un cuadrado y una circunferencia. Calcula la longitud de los trozos para que la suma de las áreas que contienen sea mínima.

5. De todos los triángulos isósceles cuya base y altura sumen 20 m. ¿Cuál es el que tiene área máxima?

6. ¿Cuál es el rectángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio 5 cm?

7. Descompón 98 en dos sumandos de forma que la suma de sus raíces cuadradas sea máxima.

8. De todos los rectángulos de 12 cm. de perímetro, ¿cuál es el que al girar sobre uno de sus lados forma un cilindro de volumen máximo?

9. Una hoja de papel debe tener 162 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben ser de 2 cm. cada uno, y los laterales de 1 cm. ¿Cuáles tienen que ser las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo?

10. La base de un triángulo isósceles es de 12 cm. y la altura 5 cm. Determina un punto sobre la altura tal que la suma de sus distancias a los vértices sea mínima.

11. Halla el punto del suelo desde el que se ve bajo un ángulo máximo, el segmento vertical de 3 m. de altura que está a una distancia del suelo de 1 m.

12. Dos móviles parten del origen de coordenadas simultáneamente y recorren el eje positivo de abscisas con velocidades de 20 m/s y 40 m/s. Halla el momento en que un observador situado en el punto P(0 m, 30 m) ve los móviles bajo un ángulo mayor.

13. Se tienen dos conos con base común de 5 cm. de radio y alturas 5 y 10 cm. Hallar a qué distancia de la base habrá que trazar un plano paralelo a ella para que sea máxima el área de la corona circular que se forma.

14. Entre todos los conos que se pueden inscribir en una esfera de radio 3 m. halla las dimensiones del que tiene el máximo volumen.

15. Determina un punto de la gráfica de la función que a cada número le hace corresponder su doble, que esté a la menor distancia del punto (6 , 3). ¿Cuál es la distancia?

16. Un depósito abierto de chapa, con base cuadrada debe tener capacidad para 13.500 l. ¿Cuáles han de ser sus dimensiones para que se precise la menor cantidad de chapa?

17. Un pastor tiene 1000 m. de tela metálica para construir una cerca rectangular aprovechando una pared ya existente. Halla las dimensiones de la cerca para que la superficie encerrada sea máxima.

Soluciones:

1. a) $f(x) = (x-1)^2$ b) $f(x) = |x-1|$ c) $f(x) = (x-1)^3$ d) $f(x) = \begin{cases} x & si\ x \prec 1 \\ 2-x & si\ x \geq 1 \end{cases}$

2. 1 hora después de la apertura. **3.** $x = \dfrac{a+b+c}{3}$

4. Circunferencia de longitud $\dfrac{\pi}{\pi+4} \approx 0{,}44m$ y cuadrado de perímetro $\dfrac{1}{\pi+4} \approx 0{,}56m$

5. base = altura = 10 m **6.** Cuadrado de lado $5\sqrt{2}$ cm

7. 49 + 49

8. Rectángulo de 2×4 cm, gira sobre el lado de 4 cm

9. 11 cm de ancho 22 cm de alto. **10.** A $2\sqrt{3}$ cm de la base.

11. A 2 m de distancia. **12.** 1,06 segundos.

13. $\dfrac{10}{3}$ cm. **14.** radio de la base de 2 m y altura $3+\sqrt{5}$ m.

15. $\left(\dfrac{12}{5}, \dfrac{24}{5}\right)$. $d = \dfrac{9\sqrt{5}}{5}$ **16.** Base de lado = 3 m y altura = 1,5 m

17. 500 m el lado paralelo a la pared y 250 m el otro lado.