# Problemas de derivadas

**1.** Estudia la derivabilidad en $x = 0$ de las funciones:

a) $f(x) = |x|$ b) $g(x) = x|x|$ c) $h(x) = |x||x|$

d) $i(x) = \begin{cases} e^x - 1 & si\ x \geq 0 \\ x^3 & si\ x < 0 \end{cases}$ e) $j(x) = |ax + b|$ f) $k(x) = |x^2 - 4x|$

g) $l(x) = \begin{cases} sen\dfrac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$ h) $m(x) = \begin{cases} x\ sen\dfrac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

**2.** Halla el valor de $a$ y $b$ para que $f(x) = \begin{cases} sen\,x & si\ \ x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b & si\ \ x > 0 \end{cases}$ sea derivable en $x = 0$

**3.** Halla $a$ y $b$ para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & si\ x \leq 1 \\ \ln x & si\ x \succ 1 \end{cases}$ sea derivable en su dominio.

**4.** Calcula la derivada de la función $f(x) = \begin{cases} x + 6 & si\ x \in [-6, -3) \\ 3 & si\ x \in [-3, 3) \\ 5 - x & si\ x \in [3, 6] \end{cases}$ y representa las dos funciones.

**5.** ¿Dónde es derivable la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x \in Q \\ 6x - 9 & si\ x \in \Re - Q \end{cases}$?

**6.** Halla las derivadas de $f(x) = arcsen\left(\dfrac{x}{\sqrt{1 + x^2}}\right)$, $g(x) = \arccos\left(\dfrac{1}{\sqrt{1 + x^2}}\right)$ y $h(x) = arctg\,x$.

Interpreta el resultado.

**7.** Un móvil circula de Valencia a Castellón. El espacio recorrido en kilómetros viene dado por la función $f(t) = \dfrac{t^2}{60} + \dfrac{t}{5}$, donde $t$ es el tiempo en minutos.

a) Halla la velocidad media a la que se recorren los 72 km que separan ambas ciudades.
b) ¿Hay algún momento en el que dicha velocidad coincida con la velocidad instantánea?

**8.** Un globo se expande de forma que su radio crece a una velocidad de 1 cm/sg
a) Halla la velocidad de crecimiento del área y el volumen en función del radio.
b) ¿Hay algún valor del radio para el que las velocidades de crecimiento del área y del volumen sean iguales?

**9.** Halla en qué puntos la recta tangente a $y = x^3 - 3x + 1$ es paralela al eje OX, y encuentra la ecuación de esas rectas.

**10.** Sea la función $f(x) = x^3 + kx$, siendo *k* un número real. Escribe, en función de *k*, la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa 2. Calcula el valor de *k* para que:

a) La recta tangente pase por el punto $(2,0)$

c) La tangente sea paralela a la recta $y = -x + 3$

**11.** Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{x^2}{4} - 2x$ en el punto en el que sea paralela a la recta de ecuación $3x - 2y + 1 = 0$.

Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x\,e^x$ en el punto de abscisa 1.

**12.** Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 10x - 24}$, calcula la ecuación de la tangente en el punto de abscisa 0.

**13.** ¿Hay algún punto de la gráfica de $y = e^{2x}$ en el que la tangente sea paralela a $2x + 8y - 5 = 0$?

**14.** Halla la recta tangente a la curva $y = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa 3, y comprueba que el segmento que forma dicha tangente con los ejes de coordenadas está dividido en dos partes iguales por el punto de contacto.

**15.** Halla el ángulo que forman al cortarse:

a) $f(x) = x \quad g(x) = x^2$

b) $f(x) = x^3 - 3x^2 \quad g(x) = -4$

c) $f(x) = \log_2 x \quad g(x) = \log_{10} x$

**16.** Determina los puntos de $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ en los que la tangente es paralela a $y = 2 - 3x$.

**17.** Encontrar los valores *a, b,* y *c* para que las gráficas de $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 - c$ se corten en el punto (1 , 2), y tengan la misma tangente en dicho punto.

**18.** Halla el ángulo que forma con el eje *X* la tangente a la curva $y = \frac{1}{x-1}$ en el punto de $x = 2$.

**19.** Halla la ecuación de la recta tangente a $3x^3 + 2y^3x^2 + 6xy - y + 8 = 0$ en el punto de $x = 0$.

**20.** Halla la ecuación de la tangente a $y = e^x$ *en* $x = 2\ln 2$.

**21.** Halla el valor de *k* que hace que la función $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + k}$ tenga un punto de tangente horizontal.

**22.** Halla los puntos de derivada nula de la función $f(x) = \left(3x - 2x^2\right) \cdot e^x$

**23.** Demuestra que la derivada de la función $f(x) = arctg\left(\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}\right)$ $con\ 0 \le x \prec \pi$, es una constante.

**Soluciones:**

**1.** a) d) f) g) h) No b) c) Si. $g(x)$ es un ejemplo de una función derivable que es el producto de una derivable por otra no derivable y $h(x)$ es derivable y es el producto de dos funciones no derivables.
e) Es derivable si $b \neq 0$

**2.** $a = 1, \ b = 0$ **3.** $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ **4.** $f'(x) = \begin{cases} 1 & si \ x \in (-6,-3) \\ 0 & si \ x \in (-3,3) \\ -1 & si \ x \in (3,6) \end{cases}$

**5.** En $x = 3$ **6.** $f'(x) = g'(x) = h'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ . Son la misma función.

**7.** a) 1,2 km/min b) A los 30 minutos. **8.** a) $S' = 8\pi(r_0 + t)$ $V' = 4\pi(r_0 + t)^2$ b) $r = 2$ cm.

**9.** En (1 , -1) $y = -1$ y en (-1 , 3) $y = 3$

**10.** $y - (8 + 2k) = (12 + k) \cdot (x - 2)$ a) $k = -4$ b) $k = 11$

**11.** $y + \frac{7}{4} = \frac{3}{2} \cdot (x - 7)$ **12.** $y = 0$ **13.** No.

**14.** $y - \frac{1}{3} = -\frac{1}{9} \cdot (x - 3)$ corta al eje $X$ en el punto (6 , 0)

**15.** a) $\frac{\pi}{4}$ *en* (0 , 0) *y* 0,32 *rad*. *en* (1 , 1) b) 1,46 *rad*. *en* (-1 , 4) y 0 *en* (2 , -4) c) 0,51 *en* (1 , 0)

**16.** $(1+\sqrt{3}, -13-9\sqrt{3})$ *y* $(1-\sqrt{3}, -13+9\sqrt{3})$ **17.** $a = 1$; $b = 0$ y $c = -1$

**18.** $-\frac{\pi}{4}$ **19.** $y = 48x + 8$ **20.** $y - 4 = 4(x - 2\ln 2)$

**21.** $k = 1$ **22.** $(1, e)$ $y$ $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{e\sqrt{e}}\right)$ **23.** $f'(x) = \frac{1}{2}$