

1. Dibuja una función continua en $\mathbb{R} - \{-1, 0, 3\}$, que tenga una discontinuidad evitable en $x = -1$, de salto finito en $x = 0$ y de salto infinito en $x = 3$.

2. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2} \quad \text{b) } g(x) = \frac{3x + 7}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}} \quad \text{c) } h(x) = \frac{|x| - x}{2}$$

$$\text{d) } j(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2-4} & \text{si } x \neq -2 \\ -\frac{1}{4} & \text{si } x = -2 \end{cases} \quad \text{e) } k(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} & \text{si } x \neq 2 \text{ y } x \neq 3 \\ -4 & \text{si } x = 2 \\ 1 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

$$\text{f) } l(x) = \frac{|x-1|}{x-1} \quad \text{g) } m(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-9} \quad \text{h) } n(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$\text{i) } \tilde{n}(x) = \begin{cases} \frac{x+|x|}{2} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{j) } o(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{si } x < 3 \\ 2x+5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{k) } p(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases} \quad \text{l) } q(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2+5x+4} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{x^2}{x+3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{m) } r(x) = \frac{\text{sen } x}{x} \quad \text{n) } s(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x-1}}} \quad \text{o) } t(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } 2x}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 4x + 2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{p) } u(x) = \ln\left(\frac{1}{x(x-1)}\right) \quad \text{q) } v(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|} \quad \text{r) } w(x) = \frac{x}{\frac{1}{3^x} + 1}$$

3. Halla el valor de k para que $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^5 - 4x^4}{kx^4} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$ sea continua en 0.

4. Dada la función $f(x) = \frac{-2x^2 + mx + 3}{-3x + 2}$. ¿Qué valor ha de tener m para que la función tenga una discontinuidad evitable?

5. $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^3 - 27}$ no está definida en 3. ¿Qué valor hay que darle a $f(3)$ para que sea continua?

6. Dadas $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$. Estudia la continuidad de la función $\frac{f(x)}{g(x)}$.



7. Calcula a y b para que $f(x) = \begin{cases} 4^{\frac{x}{\pi}} & \text{si } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \operatorname{sen} x + b & \text{si } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ sea continua.
8. Si la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x + n}{x^3 + mx^2 - 14x}$ tiene una discontinuidad evitable en $x = 2$, calcula m y n y estudia todas sus discontinuidades.
9. Calcula los valores de a y b para que $f(x) = \begin{cases} 5 + 2 \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea continua.

Soluciones:

2. a) Cont. en $\mathfrak{R} - \{-2, -1\}$. En $x = -2$ D.I. de salto ∞ . En $x = -1$ D. Evitable
 b) Cont. en $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$. En $x = 1$ y $x = 3$ D.I. de 2ª especie
 c) Cont. en \mathfrak{R}
 d) Cont. en $\mathfrak{R} - \{2\}$. En $x = 2$ D.I. de salto ∞
 e) Cont. en $\mathfrak{R} - \{2, 3\}$. En $x = 2$ D. Evitable. En $x = 3$ D.I. de salto ∞
 f) Cont. en $\mathfrak{R} - \{1\}$. En $x = 2$ D.I. de salto finito.
 g) Cont. en $\mathfrak{R} - \{-3, -1, 1, 3\}$. En $x = \pm 3$ $x = \pm 1$ D.I. de salto ∞
 h) Cont. en $[-1, 0) \cup (0, 1]$. En $x = -1$ y $x = 1$ D.I. de 2ª especie
 i) Cont. en $\mathfrak{R} - \{0\}$. En $x = 0$ D. Evitable.
 j) Cont. en $\mathfrak{R} - \{3\}$. En $x = 3$ D. Evitable.
 k) Cont. en $\mathfrak{R} - \{2\}$. En $x = 2$ D. Evitable.
 l) Cont. en $\mathfrak{R} - \{-4, -1, 2\}$. En $x = -4$ D.I. de salto ∞ . En $x = -1$ D. Evitable. En $x = 2$ D.I. de salto finito.
 m) Cont. en $\mathfrak{R} - \{0\}$. En $x = 0$ D. Evitable.
 n) Cont. en $\mathfrak{R} - \{0, 1\}$. En $x = 0$ D.I. de salto ∞ . En $x = 1$ D.I. de salto finito.
 o) Cont. en \mathfrak{R}
 p) Cont. en $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$. En $x = 1$ y $x = 0$ D.I. de 2ª especie
 q) Cont. en $\mathfrak{R} - \{-1, 0, 1\}$. En $x = \pm 1$ D.I. de salto ∞ . En $x = 0$ D. Evitable.
 r) Cont. en $\mathfrak{R} - \{0\}$. En $x = 0$ D. Evitable.
3. $k = 2$. 4. $m = -\frac{19}{6}$ 5. $f(3) = \frac{2}{9}$
6. Cont. en $\mathfrak{R} - \{-4, 1\}$. En $x = -4$ D.I. de salto ∞ . En $x = 1$ D.I. de salto finito
7. $a = -\frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{4}$
8. $m = 5$. Cont. en $\mathfrak{R} - \{-7, 0, 2\}$. En $x = -7$ D.I. de salto ∞ . En $x = 0$ y $x = 2$ D. Evitable.
9. $b = 5$ y a cualquier valor real.

