

1. Junio 2013	<p>E1.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$.</p> <p>a) ¿Para qué valores de a la matriz A es inversible? (0,5 puntos)</p> <p>b) Estudiar el rango según los valores de a. (0,5 puntos)</p> <p>c) Hallar a para que se cumpla $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot A$. (1,5 puntos)</p>
2. Junio 2013	<p>E1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.</p> <p>a) Calcular, cuando sea posible, las matrices $C \cdot B^t$, $B^t \cdot C$, $B \cdot C$. (0,75 puntos)</p> <p>b) Hallar a para que el sistema $x \cdot A + y \cdot B = 4 \cdot C$ de tres ecuaciones y dos incógnitas x e y, sea compatible determinado y resolverlo para ese valor de a. (1,75 puntos)</p>
3. Sept. 2013	<p>E1.- a) Discutir el sistema de ecuaciones lineales según los valores del parámetro m:</p> $\begin{cases} 3x - y + mz = 0 \\ x + y = m \\ mx - 3y + mz = -2m \end{cases}$ <p>(2 puntos)</p> <p>b) Resolverlo para $m = 0$. (0,5 puntos)</p>
4. Sept. 2013	<p>E1.- Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.</p> <p>a) Calcular M^{-1}. (1,5 puntos)</p> <p>b) Calcular la matriz X que cumple $X \cdot M + M = 2M^2$. (1 punto)</p>
5. Junio 2012	<p>E3.- Se considera el sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax + y + z = (a-1)(a+2) \\ x + ay + z = (a-1)^2(a+2) \\ x + y + az = (a-1)^3(a+2) \end{cases}$</p> <p>a) Discutir el sistema según los valores del parámetro a. (1,5 puntos)</p> <p>b) Resolver el sistema para $a = 1$. (0,5 puntos)</p> <p>c) Resolver el sistema para $a = -2$. (0,5 puntos)</p>
6. Junio 2012	<p>E3.- Sea M una matriz cuadrada que cumple la ecuación $M^2 - 2M = 3I$, donde I denota la matriz identidad.</p> <p>a) Estudiar si existe la matriz inversa de M. En caso afirmativo expresar M^{-1} en términos de M e I. (1,25 puntos)</p> <p>b) Hallar todas las matrices M de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que cumplen la ecuación $M^2 - 2M = 3I$. (1,25 puntos)</p>

7. Sept. 2012	<p>E3.- Se considera el sistema $\begin{cases} x + ay - z = 2 \\ 2x + y + az = 0 \\ x + y - z = a + 1 \end{cases}$, donde a es un parámetro real. Se pide:</p> <p>a) Discutir el sistema en función del valor de a. (1,75 puntos)</p> <p>b) Hallar la solución del sistema para $a = 1$, si procede. (0,75 puntos)</p>
8. Sept. 2012	<p>E3.- a) Determinar, en función del valor del parámetro real a, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 3 & a & a \end{pmatrix}$. (1,5 puntos)</p> <p>b) Sea C una matriz 2×2 de columnas C_1 y C_2 y de determinante 5, y sea B una matriz 2×2 de determinante 2. Si D es la matriz de columnas $4C_2$ y $C_1 - C_2$, calcular el determinante de la matriz BD^{-1}. (1 punto)</p>
9. Junio 2011	<p>E3.- a) Calcular el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$. (1,5 puntos)</p> <p>b) Si B es una matriz cuadrada de dimensión 3×3 cuyo determinante vale 4, calcula el determinante de $5B$ y el de B^2. (1 punto)</p>
10. Junio 2011	<p>E3.- Discutir, y resolver cuando sea posible, el sistema de ecuaciones lineales según los valores del parámetro m:</p> $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 0 \\ 3x + my + z = m + 1 \end{cases}$ (2,5 puntos)
11. Sept. 2011	<p>E3.- a) Averiguar para qué valores de m la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -m \\ 0 & m & -2 \end{pmatrix}$ no tiene inversa. (0,5 puntos)</p> <p>b) Calcula la matriz inversa de A para $m = 0$. (1 punto)</p> <p>c) Sabemos que el determinante de una matriz cuadrada A vale -1 y que el determinante de la matriz $2A$ vale -16 ¿Cuál es el orden de la matriz A? (1 punto)</p>
12. Sept. 2011	<p>E3.- Discutir según los valores de m y resolver cuando sea posible, el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x + my = m \\ x + y = 2 \end{cases}$. (2,5 puntos)</p>
13. Junio 2010	<p>E3.- Dadas las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & m \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$:</p> <p>a) ¿Para qué valores de m existe B^{-1}? Para $m = 1$, calcular B^{-1}. (1,5 puntos)</p> <p>b) Para $m = 1$, hallar la matriz X tal que $X \cdot B + C = D$. (1 punto)</p>

<p>14. Junio 2010</p>	<p>E3.- a) Sea B una matriz cuadrada de tamaño 3×3 que verifica que $B^2 = 16I$, siendo I la matriz unidad. Calcular el determinante de B. (1,5 puntos)</p> <p>b) Hallar todas las matrices X que satisfacen la ecuación $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. (1 punto)</p>
<p>15. Junio 2010</p>	<p>E3.- Discutir según los valores del parámetro a, y resolver cuando sea posible, el sistema:</p> $\begin{cases} x+z=1 \\ y+(a-1)z=0 \\ x+(a-1)y+az=a \end{cases} .$ <p style="text-align: right;">(2,5 puntos)</p>
<p>16. Junio 2010</p>	<p>E3.- Consideramos el sistema de ecuaciones lineales:</p> $\begin{cases} 2x - y + az = 1+a, \\ x - ay + z = 1, \\ x + y + 3z = a. \end{cases}$ <p>a) Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro a. (2 puntos)</p> <p>b) Resolver el sistema para $a=1$. (0,5 puntos)</p>
<p>17. Sept. 2010</p>	<p>E4.- a) Sea A una matriz cuadrada tal que $A^2 - 3A = -2I$ (siendo I la matriz identidad). Probar que A admite inversa y utilizar la igualdad dada para expresar A^{-1} en función de A. (1,5 puntos)</p> <p>b) Sea $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & 0 & 1 \\ m & 1 & 2 \end{pmatrix}$ la matriz de coeficientes de un sistema lineal. Hallar razonadamente los valores de m para los que el sistema es compatible determinado. (1 punto)</p>
<p>18. Sept. 2010</p>	<p>E4.- Discutir, y resolver en los casos que sea posible, el sistema:</p> $\begin{cases} ax+y-z=1 \\ x+2y+z=2. \\ x+3y-z=0 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">(2,5 puntos)</p>
<p>19. Sept. 2010</p>	<p>E4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>a) Calcular A^{-1}. (1 punto)</p> <p>b) Resolver la ecuación matricial $AX + 2AB = B$. (1,5 puntos)</p>
<p>20. Sept. 2010</p>	<p>E4.- a) Si se sabe que el determinante $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ vale 5, calcular razonadamente</p> $\begin{vmatrix} a_1 & 2a_2 & 3a_3 \\ b_1 & 2b_2 & 3b_3 \\ c_1 & 2c_2 & 3c_3 \end{vmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2+a_3 & b_2+b_3 & c_2+c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} .$ <p style="text-align: right;">(1,5 puntos)</p> <p>b) Si A es una matriz cuadrada de tamaño 2×2 para la cual se cumple que $A^{-1} = A^t$ ($A^t =$ traspuesta de la matriz A), ¿puede ser el determinante de A igual a 3? (1 punto)</p>



Soluciones:

1. a) Si $a \neq 0$ b) Si $a \neq 0$ $r = 3$, Si $a = 0$ $r = 2$ c) $a = 2$
2. a) $C \cdot B' = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 6 & -2 & -8 \\ 3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$, $B' \cdot C = (-3)$ b) Para $a = -1$, $x = \frac{28}{5}$, $y = -\frac{12}{5}$
3. Si $m \neq 0$ y $m \neq 1 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ Si $m = 0$ o $m = 1 \Rightarrow r = 2 = r' < n \Rightarrow S.C.I.$
 b) Para $m = 0$ $x = 0$, $y = 0$, $z = \lambda \quad \forall \lambda \in \mathfrak{R}$
4. a) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$
5. Si $a \neq 1$ y $a \neq -2 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ Si $a = -2$ o $a = 1 \Rightarrow r = 2 = r' < n \Rightarrow S.C.I.$
 b) Para $a = 1$ $x = \lambda$, $y = \mu$, $z = -\lambda - \mu \quad \forall \lambda, \mu \in \mathfrak{R}$ c) Para $a = -2$ $x = y = z = \lambda \quad \forall \lambda \in \mathfrak{R}$
6. a) $M^{-1} = \frac{1}{3}(M - 2I)$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
7. a) Si $a \neq 1$ y $a \neq -2 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ Si $a = 1 \Rightarrow r = 2 = r' < n \Rightarrow S.C.I.$
 Si $a = -2 \Rightarrow r = 2 \neq r' = 3 \Rightarrow S.Incomp.$
 b) Para $a = 1$ $x = -2 - 2\lambda$, $y = 4 - 3\lambda$, $z = \lambda \quad \forall \lambda \in \mathfrak{R}$
8. a) Si $a \neq 0$ y $a \neq -3 \Rightarrow r = 3$. Si $a = -3$ o $a = 0 \Rightarrow r = 2$ b) $|B \cdot D^{-1}| = -\frac{1}{10}$
9. a) $r = 2$ b) $|5B| = 500$, $|B^2| = 16$
10. Si $m \neq 1 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$, $z = -\frac{1}{2}$.
 Si $m = 1 \Rightarrow r = 2 = r' < n \Rightarrow S.C.I.$ $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2} - \lambda$, $z = \lambda \quad \forall \lambda \in \mathfrak{R}$
11. a) Si $m = 1$ o $m = -2$ no existe A^{-1} b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ c) Orden 3
12. Si $m \neq 0$ y $m \neq 1 \Rightarrow r = 2 \neq r' = 3 \Rightarrow S.Incomp.$ Si $m = 1 \Rightarrow r = 1 \neq r' = 2 \Rightarrow S.Incomp.$
 Si $m = 0 \Rightarrow r = 2 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ $x = 0$, $y = 2$
13. a) Para $m \neq 0$. Si $m = 1$ $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$
14. a) $|B| = 64$ b) $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \forall a, b, c \in \mathfrak{R}$
15. Si $a \neq 1$ y $a \neq 2 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ $x = y = \frac{a-1}{a-2}$, $z = \frac{-1}{a-2}$
 Si $a = 1 \Rightarrow r = 2 = r' < n \Rightarrow S.C.I.$ $x = 1 - \lambda$, $y = 0$, $z = \lambda \quad \forall \lambda \in \mathfrak{R}$
 Si $a = 2 \Rightarrow r = 2 \neq r' = 3 \Rightarrow S.Incomp.$
16. Si $a \neq 0$ y $a \neq 5 \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$ Si $a = 0$ o $a = 5 \Rightarrow r = 2 \neq r' = 3 \Rightarrow S.Incomp.$
 b) Para $a = 1$ $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$

17. a) $A^{-1} = \frac{1}{2} (3I - A)$ b) Si $m \neq \frac{9}{4} \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D.$

18. Si $a \neq \frac{1}{5} \Rightarrow r = 3 = r' = n \Rightarrow S.C.D. x = \frac{9}{5a-1}, y = \frac{2a-4}{5a-1}, z = \frac{6a-3}{5a-1}$

Si $a = \frac{1}{5} \Rightarrow r = 2 \neq r' = 3 \Rightarrow S.Incomp.$

19. a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

20. a) $30y - 5$ b) No $|A|^2 = 1$

