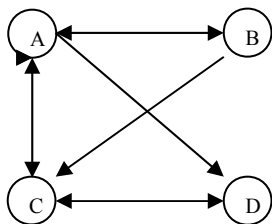


1. En el diagrama, los puntos A, B, C y D representan cuatro equipos de rescate en una región montañosa y las posibilidades de de conexión de unos con otros. Por las condiciones del terreno, no todos los equipos pueden conectar con los demás.



- a) Escribe la matriz M que representa las conexiones posibles.
 b) Si M^2 representa el número de caminos de dos tramos que hay entre dos de los equipos, ¿cuántos tramos hacen falta para que todos los equipos puedan comunicarse entre sí?

2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ calcula: a) A^{-1} b) A^2, A^3, \dots, A^n
3. Halla el rango de las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 14 \\ -2 & 6 & -4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 1 & -3 \\ 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Calcula la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & c \end{pmatrix}$ que verifica $A^{-1} = A^t$.

5. Calcula el valor de a para que el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & a \end{pmatrix}$ sea 2.

6. Determina para qué valores de a la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -3 & a \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ es regular.

7. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$

a) Calcula A^{-1}, B^{-1} y $(A \cdot B)^{-1}$.

b) ¿Hay alguna relación entre las matrices del apartado a)?

8. Un fabricante elabora tres clases de mermeladas y las cantidades en gramos de azúcar, gelatina y fruta que contiene un tarro de mermelada de cada clase vienen dadas en la tabla:

	M_1	M_2	M_3
Azúcar	20	40	30
Gelatina	10	10	20
Fruta	10	20	20

Si las existencias del fabricante son de 2.900 kg de azúcar, 1.400 kg de gelatina y 1.700 kg de fruta, utiliza la inversa de la matriz para calcular el número de tarros de cada clase que puede fabricar.

9. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, resuelve las ecuaciones: a) $A^2 + 3 \cdot X = A$ b) $A \cdot X = B$

$$2 \cdot X - 3 \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 2 & -6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$X - Y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

10. Resuelve el sistema:

11. Calcula x e y para que $A \cdot B = 0$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & x & y \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & x & y \end{pmatrix}$

¿Podría existir la inversa de A ? ¿Por qué?

12. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, calcula A^n y B^n .

13. ¿Cómo son las matrices cuadradas de orden 2 que cumplen que $A^2 = -I$?

14. Dos editoriales ponen a la venta los libros de Matemáticas, Filosofía y Biología.

La matriz A representa el precio en euros de los libros de las dos editoriales.	Editorial1	Matem.	Filosofía	Biología
		$\begin{pmatrix} 21 \\ 27 \end{pmatrix}$	30	25
	Editorial2		29	23

Dos librerías obtienen el número de ventas dado por la matriz B		Librería 1	Librería 2
	Matem.	$\begin{pmatrix} 200 \\ 150 \\ 100 \end{pmatrix}$	175
	Filosofía		100
	Biología		80

a) ¿Qué representa el producto $A \cdot B$?

b) Si la librería 1 se queda con un 30 % de las ventas y la 2 con un 35 %, ¿cuánto ganó cada una de las librerías?

Soluciones:

1. a) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) 3

2. $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Todas tienen rango 2.

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 \end{pmatrix}$

5. $a = -\frac{1}{3}$

6. $a \neq \frac{27}{4}$

8. 10, 20 y 50 miles de botes.

7. a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B^{-1} = -\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $(A \cdot B)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ b) $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$

9. a) $X = -\frac{2}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $X = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 10. $X = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

11. $x=3, y=5$. No porque si $\exists A^{-1}$ y $A \cdot B = 0 \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot 0 \Rightarrow I \cdot B = 0 \Rightarrow B = 0$ y B no es la matriz nula.

12. $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^n & 0 \\ 0 & 0 & 3^n \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -n & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 13. $\begin{pmatrix} 0 & b \\ -\frac{1}{b} & 0 \end{pmatrix}$

14. a) Las cantidades vendidas por cada editorial en cada una de las dos librerías. b) 6.975 € la primera librería

